1. Aufgabe

Seien die folgenden beiden Grammatiken gegeben: $G_1 = (N, T, P_1, S)$ und $G_2 = (N, T, P_2, S)$ mit $N = \{S, B\}$, $T = \{a, b, c\}$ und $P_1 = \{(S,aB), (S,bB), (B,aS), (B,bS), (B,\varepsilon)\}$ und $P_2 = \{(S,aSa), (S,bSb), (S,c)\}$

(a) Bestimmen Sie mit Hilfe von Beispielen die Sprache $L(G_1)$.

(b) Bestimmen Sie mit Hilfe von Beispielen die Sprache $L(G_2)$.

2. Aufgabe

Seien die folgenden beiden Grammatiken gegeben: $G_1 = (N, T, P_1, S)$ und $G_2 = (N, T, P_2, S)$ mit $N = \{S\}$, $T = \{a, b\}$.

(a) Bestimmen Sie P_1 (möglichst minimal) so dass die folgende Sprache erzeugt wird:
$L(G_1) = \{w \mid w = a^n b^n \text{ mit } n \in N_0\}$

(b) Bestimmen Sie P_2 (möglichst minimal) so dass die folgende Sprache erzeugt wird:
$L(G_2) = \{w \mid w = (ab)^n \text{ mit } n \in N\}$

3. Aufgabe

Bestimmen Sie eine Grammatik $G = (N, T, P, S)$ mit $T = \{0, 1, 2, ... 9\}$ so, dass die erzeugte Sprache L(G) die Menge aller vierstelligen, positiven ganzen Zahlen darstellt. Dabei dürfen insbesondere führende Nullen enthalten sein. Wählen Sie N und P möglichst minimal.

4. Aufgabe

Bestimmen Sie eine Grammatik $G = (N, T, P, S)$ mit $T = \{0, 1\}$ so, dass die erzeugte Sprache L(G) die Menge aller durch 4_{10} teilbaren Dualzahlen darstellt. L(G) soll insbesondere die Darstellung der Zahl mit dem Wert 0 enthalten, führende (binäre) Nullen sind nicht erlaubt. Wählen Sie N und P möglichst minimal.

5. Aufgabe

Geben Sie jeweils eine EBNF und ein Syntaxdiagramm zur Beschreibung der:

(a) Natürliche Zahlen (ohne 0), wobei führende Nullen nicht erlaubt sind.

(b) Ganze Zahlen, wobei auch hier führende Nullen nicht zugelassen sind.

(c) Vierstellige, positive, ganze Dezimalzahlen ohne führende Nullen und nur genau die.

6. Aufgabe

Überprüfen Sie, ob die folgenden Worte mit den vorgegebenen EBNFs erzeugt werden können!

	{a} b [a]	{a}	{b}	{a	b}	[a] {(ab)} [b] {a}
aba				
aab				
aaa				
aaab				
ba				
ε				

7. Aufgabe

Wir betrachten positive, ganze Zahlen in Dualdarstellung ohne führende Nullen und ohne die Zahl mit dem Wert 0. Dualzahlen besitzen eine gerade Parität, wenn die Anzahl der 1 gerade ist, sie besitzen eine ungerade Parität, wenn diese Anzahl ungerade ist.

(a) Erstellen Sie ein Syntaxdiagramm und eine EBNF zur Beschreibung der entsprechenden Dualzahlen mit gerader Parität.

(b) Erstellen Sie ein Syntaxdiagramm und eine EBNF zur Beschreibung der entsprechenden Dualzahlen mit ungerader Parität

8. Aufgabe

Geben Sie einen Algorithmus als Flussdiagramm an, der das Produkt zweier natürlicher Zahlen n und m berechnet, ohne die Operation „Multiplikation“ zu verwenden.

9. Aufgabe

Formulieren Sie einen Algorithmus als Flussdiagramm, welcher zu einer vorgegebenen natürlichen Zahl n seine Primfaktoren ermittelt. Dabei sind nur elementare Operationen für natürliche Zahlen wie Addition, Subtraktion, Multiplikation, ganzzahlige Division (div) und Rest (modulo) zugelassen.
<u>Bemerkung</u>: 0 und 1 sind keine Primzahlen, also auch damit keine Primfaktoren!

10. Aufgabe

In der Vorlesung wurde der ggT mathematisch mit Hilfe der modulo-Operation beschrieben. Geben Sie nun eine rekursive Beschreibung des ggT an, der nur mit der elementaren Operation für natürliche Zahlen Subtraktion auskommt.

11. Aufgabe

Klassifizieren Sie die folgenden Algorithmen. Welche der Algorithmen sind terminierend/nicht terminierend, deterministisch/nicht deterministisch und determiniert / nicht determiniert:

(a)
1. Wählen Sie eine natürliche Zahl größer Null (Eingabe).
2. Multiplizieren Sie diese Zahl mit 5.
3. Addieren Sie die gewählte Zahl zu dem Produkt.
4. Dividieren Sie das Ergebnis durch die ursprünglich gewählte Zahl.
5. Notieren Sie das Ergebnis (Ausgabe)

(b)
1. Betrachten Sie den Ausgang $a \in [0,1[$ eines echten Zufallsexperiments.
2. Setzen Sie den Wert x auf 0,5.
3. Wenn x den Wert a unterschreitet, gehen Sie nach (6)
4. Teilen Sie x durch 2.
5. Gehen Sie zurück nach (2).
6. Geben Sie den Wert von x aus (Ausgabe).

(c)
1. Setzen Sie n auf 1.
2. Wenn n größer als 5 ist, gehen Sie zu Schritt (6)
3. Multiplizieren Sie n mit 2.
4. Wenn $n \cdot n$ größer als 15 ist, setzen Sie n auf 1.
5. Gehen Sie zu Schritt (2).
6. Notieren Sie das Ergebnis (Ausgabe).

12. Aufgabe

Mit Hilfe des Newtonschen Iterationsverfahren kann die Quadratwurzel $y = \sqrt{x}$ einer reellen Zahl $x > 0 \in \mathbf{R}$, näherungsweise berechnet werden:

$$y_i = \frac{y_{i-1} + \frac{x}{y_{i-1}}}{2}$$

für i = 1, 2, 3, ... und $y_0 = x$.

Entwerfern Sie einen Algorithmus als Flussdiagramm, der bei einer Eingabe von $x > 0$ den ersten Näherungswert für $\sqrt{x}$ liefert, dessen Abweichung vom vorangegangenen Näherungswert kleiner als 10^{-9} ist. Dazu dürfen nur die elementaren Operationen (+, -, $\cdot$, /) und die Betragsfunktion | | verwendet werden.

13. Aufgabe

Formulieren Sie einen Algorithmus in Pseudonotation oder Umgangssprache, der zu einer vorgegebenen natürlichen Zahl $n \in \mathbf{N}$ bestimmt, ob n gerade oder ungerade ist. Die Lösung darf nicht die Modulo-Operation verwenden.

14. Aufgabe

Formulieren Sie einen Algorithmus als Flussdiagramm, der zu einer vorgegebenen natürlichen Zahl $n \in \mathbf{N}$ alle ganzzahligen Teiler in aufsteigender Reihenfolge ausgibt. Dazu sind nur die elementaren Operationen für natürliche Zahlen zulässig: Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, ganzzahlige Division und Modulo-Operation.